



### Рабочий лист по геометрии по теме «Векторы»

№1. Выберите из списка векторные величины (подчеркните): сила, скорость, длина отрезка, ускорение, масса, перемещение материальной точки.

№2. Вставьте пропуски:

Отрезок, для которого указано, кака из его \_\_\_\_\_ точек считается \_\_\_\_\_, а кака \_\_\_\_\_ называется \_\_\_\_\_ или вектором.  
 — вектор, у которого начало совпадает с концом.  
 — ненулевые векторы, которые лежат на одной прямой или на параллельных прямых.  
 — это коллинеарные векторы, которые направлены одинаково.  
 — это коллинеарные векторы, которые противоположно направлены.  
 — это сонаправленные векторы, длины которых равны.  
 — это противоположно направленные векторы, длины которых равны.  
 \_\_\_\_\_ ненулевого вектора  $\vec{AB}$  называется длина отрезка AB. Вектор сонаправлен с любым вектором.

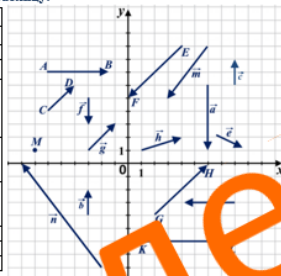
Задание №3. Ознакомьтесь с рисунком и заполните таблицу:

Начало вектора  $\vec{AB}$ : \_\_\_\_\_  
 Конец вектора  $\vec{AB}$ : \_\_\_\_\_  
 Нулевой вектор: \_\_\_\_\_  
 Модуль вектора  $\vec{a}$ : \_\_\_\_\_  
 Коллинеарные векторы: \_\_\_\_\_

Сонаправленные векторы: \_\_\_\_\_

Противоположно направленные векторы: \_\_\_\_\_

Равные векторы: \_\_\_\_\_  
 Противоположные векторы: \_\_\_\_\_  
 Координаты точек G и H: \_\_\_\_\_



№4. Вставьте пропуски:

Каждая координата вектора равна разности соответствующих координат его конца и начала.  
 $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2) \Rightarrow \vec{AB} \{ \quad; \quad \}$ .

Найдите координаты векторов  $\vec{h}, \vec{EF}, \vec{CD}, \vec{g}, \vec{n}, \vec{KL}$ , используя рисунок из №2.

ФИ \_\_\_\_\_  
 №5. Вставьте пропуски:

Каждая координата вектора равна разности соответствующих координат его конца и начала.

$A(x_1; y_1), B(x_2; y_2) \Rightarrow \vec{AB} \{ \quad; \quad \}$ .

1. Каждая координата суммы двух или более векторов равна \_\_\_\_\_ соответствующих координат этих векторов.

$\vec{a}\{x_1; y_1\}, \vec{b}\{x_2; y_2\} \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} \{ \quad; \quad \}$

2. Каждая координата разности двух векторов равна \_\_\_\_\_ соответствующих координат этих векторов.

$\vec{a}\{x_1; y_1\}, \vec{b}\{x_2; y_2\} \Rightarrow \vec{a} - \vec{b} \{ \quad; \quad \}$

3. Каждая координата произведения вектора на число равна \_\_\_\_\_ соответствующей координаты вектора на это число.

$\vec{a}\{x; y\} \Rightarrow k\vec{a} \{ \quad; \quad \}$

Найдите координаты векторов, используя рисунок:

a)  $\vec{h} + \vec{EF}$

b)  $\vec{KL} - \vec{CD}$

c)  $\vec{h} + \vec{EF} + \vec{CD}$

d)  $3 \cdot \vec{GH}$

e)  $\vec{h} - \vec{EF}$

f)  $\vec{CD}$

№6. Вставьте пропуски:

1. Каждая координата середины отрезка равна \_\_\_\_\_ соответствующих координат его концов:

$A(x_1; y_1), B(x_2; y_2), M$  — середина отрезка  $AB \Rightarrow M \{ \frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2} \}$ .

2. Длина вектора по его координатам вычисляется по формуле:

$\vec{a}\{x; y\} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{\quad^2 + \quad^2}$

3. Расстояние  $d$  между двумя точками  $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$  вычисляется по формуле:

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

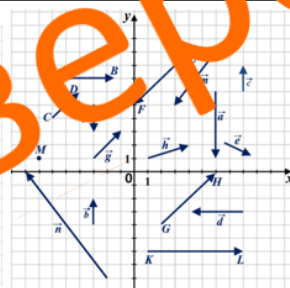
Найдите длины векторов  $\vec{h}, \vec{EF}, \vec{LM}, \vec{n}, \vec{m}, \vec{h} + 2\vec{EF}$ , используя рисунок из №5:

a)  $|\vec{h}| =$

b)  $|\vec{h}| =$

c)  $|\vec{m}| =$

d)  $|\vec{h} + 2\vec{EF}| =$



$|\vec{LM}| =$

ФИ \_\_\_\_\_  
 №7. Вставьте пропуски:

Скалярным произведением двух векторов называется произведение их \_\_\_\_\_ на \_\_\_\_\_.

Скалярное произведение ненулевых векторов равно нулю тогда и только тогда, когда эти векторы \_\_\_\_\_.

Если угол между векторами \_\_\_\_\_  $90^\circ$ , то скалярное произведение положительно, если \_\_\_\_\_  $90^\circ$ , то скалярное произведение отрицательно.

Третья прямая в системе координат \_\_\_\_\_ скалярное произведение векторов  $\vec{a}\{x_1; y_1\}$  и  $\vec{b}\{x_2; y_2\}$ .

Скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  выражается формулой  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$  \_\_\_\_\_.

Синус угла между ненулевыми векторами  $\vec{a}\{x_1; y_1\}$  и  $\vec{b}\{x_2; y_2\}$  выражается формулой

$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$

$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$

Найдите скалярное произведение векторов, используя рисунок:

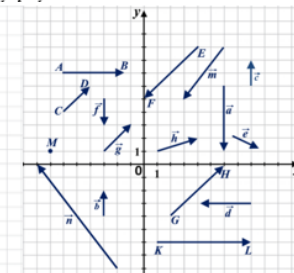
a)  $\vec{h} \cdot \vec{EF} =$

b)  $\vec{a} \cdot \vec{m} =$

c)  $\vec{h} \cdot 2\vec{EF} =$

d)  $-4\vec{CD} \cdot \vec{g} =$

e)  $\vec{KL} \cdot \vec{a} =$

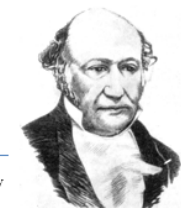


Сделайте выводы об углах между векторами в каждом случае: тупой, острый, прямой.

### История возникновения понятия вектора

Одним из фундаментальных понятий современной математики является вектор. Эволюция понятия вектора осуществлялась благодаря широкому использованию этого понятия в различных областях математики, механики, а также в технике.

Вектор относительно новое математическое понятие. Сам термин «вектор» впервые появился в 1845 году у ирландского математика и астронома Уильяма Гамильтона (1805 – 1865) в работах по построению числовых систем, обобщающих комплексные числа. Гамильтону принадлежат и термин «скаляр», «скалярное произведение», «векторное произведение».

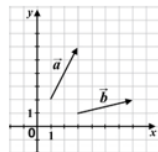


Уильям Роуэн Гамильтон  
 (4 августа 1805 — 2 сентября 1865)  
 — ирландский математик, механик-теоретик, один из лучших математиков XIX века.

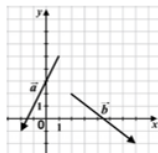
ФИ \_\_\_\_\_

Для любых векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  и любого числа  $k$  справедливы соотношения:  
 $\vec{a} - \vec{b} = \vec{b} - \vec{a}$      $(\vec{a} + \vec{b}) - \vec{c} = \vec{a} - \vec{c} + \vec{b}$      $(k\vec{a}) - \vec{b} = k(\vec{a} - \vec{b})$

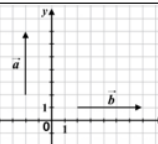
№8. На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .



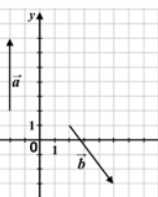
а) Найдите скалярное произведение  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .



б) Найдите скалярное произведение  $\vec{a}$  и  $2\vec{b}$ .



в) Найдите скалярное произведение  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .



г) Найдите скалярное произведение  $3\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

д) Найдите скалярное произведение  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

е) Найдите скалярное произведение  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

ж) Найдите скалярное произведение  $2\vec{a}$  и  $-3\vec{b}$ .

ФИ \_\_\_\_\_

№9. Даны два вектора  $\vec{a}\{-2;3\}$  и  $\vec{b}\{3;y\}$ . Найдите  $y$ , если  $|\vec{a}|=1,5|\vec{b}|$ . Если таких значений несколько, в ответ запишите большее из них.

№10. Даны два вектора  $\vec{a}\{x;-8\}$  и  $\vec{b}\{-4;1\}$ . Найдите  $x$ , если  $|\vec{a}|=2,5|\vec{b}|$ . Если таких значений несколько, в ответ запишите меньшее из них.

№11. Даны три вектора  $\vec{a}\{-2;5\}$ ,  $\vec{b}\{6;1\}$  и  $\vec{c}\{3;y\}$ . Найдите  $y$ , если  $(\vec{a}+\vec{b}) \cdot \vec{c}=0$ .

№12. Даны три вектора  $\vec{a}\{7;-2\}$ ,  $\vec{b}\{4;1\}$  и  $\vec{c}\{-3;y\}$ . Найдите  $y$ , если  $(\vec{a}-\vec{b}) \cdot \vec{c}=0$ .

№13. Даны векторы  $\vec{a}\{-2;4\}$ ,  $\vec{b}\{2;-1\}$  и  $\vec{c}\{x;y\}$ . Найдите  $x$  и  $y$ , если известно, что векторы  $\vec{c} \uparrow \uparrow \vec{b}$  и  $|\vec{c}|=|\vec{a}|$ .

ФИ \_\_\_\_\_

№14. Косинус угла между векторами  $\vec{a}\{4;y\}$  и  $\vec{b}\{x;0\}$  равен  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ . Найдите  $y$ . Если таких значений несколько, в ответ запишите меньшее из них.

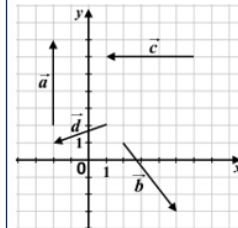
№15. На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  и  $\vec{d}$ .

а) Найдите длину вектора  $2\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ .

б) Найдите скалярное произведение  $\vec{a}(\vec{b}+\vec{c})$ .

в) Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

г) Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a} - \vec{b}$  и  $\vec{d}$ .



ФИ \_\_\_\_\_

№16. Вставьте пропуски:

Скалярное произведение  $\vec{a}$  называется \_\_\_\_\_ вектора  $\vec{a}$  и обозначается  $\vec{a}^2$ .  
Скалярный квадрат вектора равен \_\_\_\_\_  $\vec{a} \cdot \vec{a}$ .

Даны векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . При этом  $|\vec{a}|=4$  и  $|\vec{b}|=6$ , а угол между векторами равен  $60^\circ$ . Найдите длину вектора  $4\vec{a} - \vec{b}$ .

№17. Даны векторы  $\vec{a}\{-4;2\}$  и  $\vec{b}\{8;x\}$ . Найдите  $x$ , если известно, что угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен  $90^\circ$ .

№18. Даны векторы  $\vec{a}\{x;2\}$ ,  $\vec{b}\{3;-6\}$  и  $\vec{c}\{-5;2\}$ . Найдите  $x$ , если известно, что угол между векторами  $\vec{b} - \vec{c}$  и  $\vec{a}$  равен  $90^\circ$ .

Количество баллов:

Оценка:

7

ФИ \_\_\_\_\_

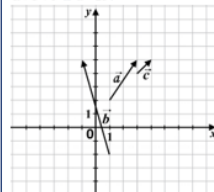
## Самостоятельная работа

### ВАРИАНТ 1

а) Найдите длину вектора  $2\vec{a} - \vec{b} - 3\vec{c}$ .

б) Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ .

в) Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  и  $\vec{a} - 2\vec{b}$ .

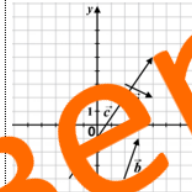


### ВАРИАНТ 2

а) Найдите длину вектора  $2\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$ .

б) Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

в) Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  и  $2\vec{a} - \vec{b}$ .



Количество баллов:  Оценка:

Количество баллов:  Оценка:

8

## ОТВЕТЫ

№1. Выберите из списка векторные величины (подчеркните): сила, скорость, длина отрезка, ускорение, масса, координата материальной точки.

№2. Выберите пропуски:

Отрезок, для которого указано, какая из его **граничных точек** считается **началом**, а какая — **концом**, называется **направленным отрезком** или **вектором**.

**Нулевой вектор** — вектор, у которого начало совпадает с концом.

**Коллинеарные векторы** — ненулевые векторы, которые лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

**Сонаправленные векторы** — это коллинеарные векторы, которые направлены одинаково.

**Противоположно направленные векторы** — это коллинеарные векторы, которые противоположно направлены.

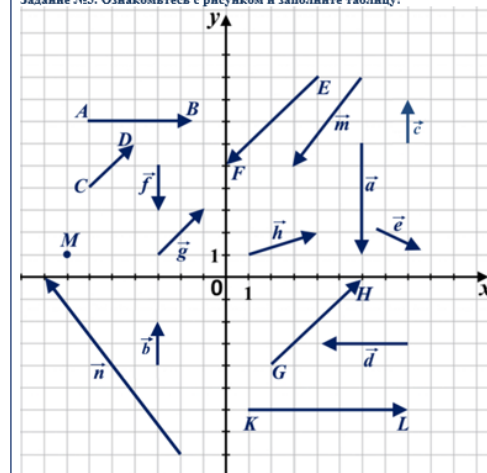
**Равные векторы** — это сонаправленные векторы, длины которых равны.

**Противоположные векторы** — это противоположно направленные векторы, длины которых равны.

**Модулем** ненулевого вектора  $\vec{AB}$  называется длина отрезка AB.

**Нулевой вектор** сонаправлен с любым вектором.

Задание №3. Ознакомьтесь с рисунком и заполните таблицу:



9

ответы